

【関数】

深い学びを具現する数学教育の創造

～主体的で対話的な学びを通して～

安八郡 安八町立登龍中学校 細井 一平

1 主題設定の理由

安八郡の生徒を対象に「数学の学習全体について」「関数」の単元学習についてのアンケートを実施した。

(1)「数学」の学習全体について	実態
①問題解決のために、自分の考えをもと うと進んで取り組んでいますか。 4進んでいる 3ほとんどしている 2あまりしていない 1全くしていない	4・・・51% 3・・・32% 2・・・13% 1・・・4%
②問題解決のために、自分の考えを積極 的に伝えようとしていますか。 4進んでいる 3ほとんどしている 2あまりしていない 1全くしていない	4・・・41% 3・・・38% 2・・・15% 1・・・6%
③問題が出て、困ったとき、どうやって 解決しようとしていますか。 4仲間にきく 3先生にきく 2教科書で調べる 1そのままにする	4・・・74% 3・・・11% 2・・・12% 1・・・3%

普段から、数学の授業の中で、主体的に取り組み、仲間との対話を通して自分の考えを確かめたり、見つめ直したりして、考えや意見を深めようとしている生徒が多いと考えられる。

(2)「関数」の単元学習について	実態
①yはxの関数についての穴埋め 問題(2、3年生のみ)	正解・・・53% 不正解・・・34% 未回答・・・13%
②関数の学習で、表、式、グラフを 使って、問題を解くことができ ますか。 4使うことができる 3ほぼ使える 2あまり使えない 1使えない	4・・・34% 3・・・31% 2・・・26% 1・・・9%
③日常の中で「これは比例だ」と思 った場面はありますか。	ある・・・25% ない・・・75%

しかし、「増加することが関数」「関数＝比例」というように関数の意味の理解が十分でない。また、単に数量関係を表、式、グラフを用いて問題を解くことはできても、利用の問題などで表、式、グラフをどのように用いればよいのか分からない、日常生活と結び付けて考えることができない。

関数指導の意義について、中学校学習指導要領解説数学編では、次のような2つの面が示されている。

- ・身の回りの具体的な事象を考察したり理解したりするに当たって、事象の中にある二つの数量の依存関係に着目し、表、式、グラフを用いて考察することが有用であること。
- ・関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することは、これまでの数学の学習の捉え直しやこれからの学習において重要な役割を果たすこと。

また、関数領域において、次のような生徒の姿を目指すことにした。

- ・具体的な事象の中から、関数関係を見出し、考察し、表現することができる。
- ・表、式、グラフを使うよさをそれぞれの特性を理解した上で生徒自身が実感できる。
- ・生徒自身が課題意識をもち、対話的な学びのよさを実感することができる。

これらのことから、本部会では、令和元年度より「深い学びを具現する数学教育の創造～主体的で対話的な学びを通して～」を研究主題とし、研究を進めている。

2 研究内容

- (1) 生徒の主体的な学びを引き出す学習活動の工夫
- (2) 深い学びにつながる対話的な学習方法の工夫

(1) 生徒の主体的な学びを引き出す学習活動の工夫

主体的な学びについて、次の3つの価値が考えられる。

- ・課題解決に向けて、見通しをもち、粘り強く取り組むことができる。
- ・「できた」「分かった」を生徒自身が実感し、数学に対してポジティブな感情を抱くことで、充実感を得ることができる。
- ・数学を学ぶ必然性、数学のよさを生徒自身が実感できる。

これまでに単位時間の中で、生徒が主体的な学びをするために、導入、展開、終末の3つの活動段階に分けて研究を進めてきた。関数領域においても、それぞれの過程の中で次のような実践を積んでいる。

- ア 課題提示の工夫（導入時）
- イ 関連を示した図の活用（展開時）
- ウ 日常と関数をつなぐ振り返りシート
の活用（終末時）

（2）深い学びにつながる対話的な学習方法の工夫

対話的な学びについて、次の3つの価値が考えられる。

- ・身に付けた知識や技能を使って、仲間に説明することで、理解が深まり、より定着を図ることができる。
- ・仲間から多様な考えを得ることで、知識や技能が習得でき、課題解決にたどり着くことができる。
- ・仲間と共に全員が考え、知恵を出し合うことで、課題解決に向かうことができる。単位時間の中で、生徒の対話的な学びが発揮される活動を位置付け、研究を進めてきた。関数領域においては以下のような内容で学習方法を実践した。

- ア 表、式、グラフのつながりを意識した発問の工夫
- イ 小集団における ICT の効果的な活用

3 研究実践

（1）生徒の主体的な学びを引き出す学習活動の工夫

ア 課題提示の工夫（導入時）

生徒が主体的に活動できるようにするためには、日常生活の中から課題を取り上げ、生徒の興味や関心を高めることが重要と考えた。そこで、導入時に「なぜだろう？」「どうなるのだろう？」「解決したい！」「考えてみたい！」などといった意識をさせるような課題の提示と発問の仕方を工夫した。

実践1 「1年 比例と反比例」

問題 Aさんは、近所のコンビニで弁当を買った。値札シールには、電子レンジで温めるために必要な時間が明記されているものがある。

この弁当には、

出力 500Wの場合：2分30秒

出力1500Wの場合：0分50秒

加熱するようにと示されていた。

しかし、Aさんの家の電子レンジは、出力600Wで、温める時間がわからない。そこで、電子レンジの出力と時間の関係を調べたところ、時間は出力に反比例することがわかった。

Aさんの家の電子レンジを使って、この弁当を温める際の時間の求め方を説明しよう。

実生活において、「電子レンジで弁当を温める」ということは、身近な活動である。電子レンジの出力と加熱時間の間に反比例の関係があることから、これまでに学習し、身に付けた知識や技能(式や表など)を活用すれば説明できそうだという学習活動の見通しをもつことができる。また、時間を求めるだけでなく、「弁当を温める時間の求め方を説明する」という課題を設定することで、仲間に伝える必要性をもたせ、全員で解決に向かって取り組むことができると考えた。

イ 関連を示した図の活用（展開時）

生徒の実態として、数量関係を表、式、グラフで表すことやそれぞれの特徴を理解することはできる。ただ、それを知識としておさえている生徒が多い。しかし、表のどこを見ているのか、式の x 、グラフの x 座標の値、表の x の値が何を表しているのかの理解は十分ではない。3年生の関数の単元において、表、グラフの作成の際、式をどう使うのかが分からない生徒も多く見られた。表、式、グラフの3つをつなげて考える場面で弱さが見られた。要因として、表、式、グラフを扱う際に「根拠を明確にすること」や「表、式、グラフのつながりを意識すること」の指導のおさえに弱さがあった。そこで、以下の

ような「表、式、グラフの関連を示した図」を単元を通して活用し、生徒が「意欲的に表、式、グラフを用いて、問題を解決する姿」を目指した。

また、この図を活用するねらいとして、以下のように考え、実践した。

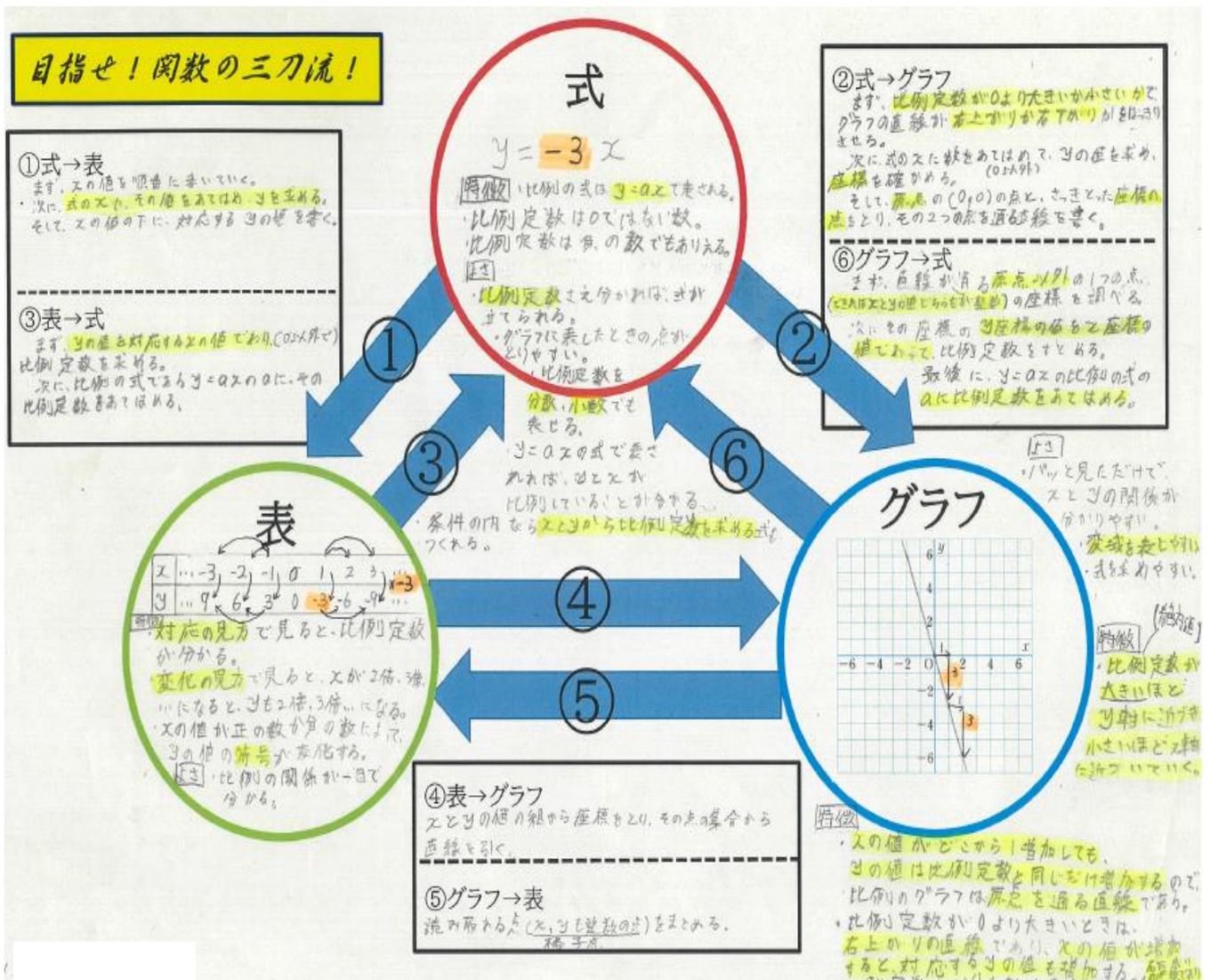
- 表、式、グラフの特徴をまとめることができ、単位時間の中で振り返りに活用できる。(円の中の部分)
- 表から式、グラフから式を求める際に、関連を示した図のどの部分に着目すればよいか振り返ることができる。
- 問題を解く際に矢印の何番に注目すればよいか見通しをもつことができる。(→の中の部分)

実践2 「1年 比例と反比例」

①単位時間のまとめで特徴をおさえる。

比例の単元では、表→式→グラフの順で特徴をまとめていく。単位時間の終末で図の円の中に授業で理解した特徴をまとめていく時間をとった。以下のように比例定数を自分で1つ定め、表、式、グラフを実際にかきながらまとめた。

特徴をまとめる際は、授業の中で大切にしたいキーワード(式:「比例定数」、表:「変化の見方、対応の見方」、グラフ:「原点、直線」)を示し、自由に記述する形をとった。そうすることで、比例定数を自分で決めたり、実際に表やグラフに表したり、言葉を用いて記述したりし、進んで自分の理解した特徴をまとめる姿が多く見られた。

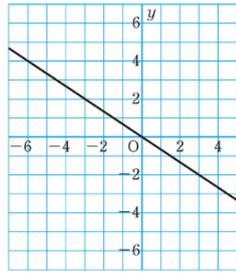


【生徒が作成した関連を示した図】

②問題の導入時に見通しをもたせる。

第5時 比例の式の求め方

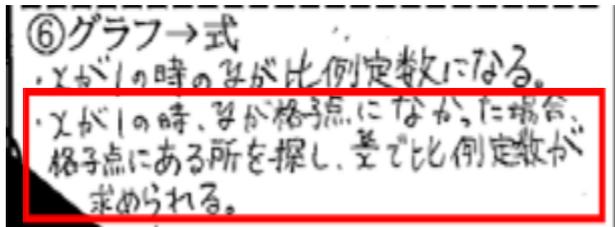
グラフが右のような直線であるとき、 x と y の関係を表す式を求めましょう。



この問題を考える前に、全体に関連を示した図の矢印の何番を考えるのかをまず問いかけ、今日は⑥グラフから式を求める方法を明らかにしようと課題意識を全員にもたせ、授業に入ることができた。その際に図に書いたグラフの特徴を発表させ、どんな式になりそうか見通しをもたせ、個人追究に入ることができた。

<導入の流れ>
 T:「関連を示した図を見て、今日は矢印の何番を考えていきますか」
 S:「⑥です。グラフから式を求めます」
 T:「グラフの特徴を教えてください」
 S1:「比例のグラフは原点を通る直線です」
 S2:「比例定数が正なら右上がり、負なら右下がりです」
 S3:「 $x=1$ のときの y の値が比例定数になります」
 S4:「グラフは x 、 y も整数の点しか読みとれません」
 T:「今の発表の中に考える手がかりがありました。それでは、個人で考えてみましょう」

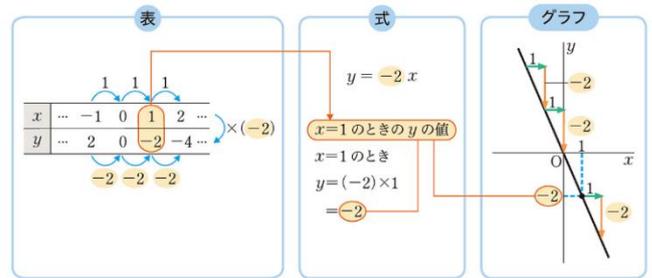
この問題では、S3の発言の特徴を使って、式を求めることはできない。S4の発言をヒントに比例の式に原点以外の座標を代入して求めるという方法をおさえていく。グラフの特徴をS3のようにまとめていた生徒はこの授業後に関連を示した図のグラフの特徴に「原点以外の読み取れる点に比例定数が隠れている」と追加で記述していた。特徴から見通しをもたせたことで、新たな気付きについて深めることができた。



【S3 が追加した相関図の記録】

③単元の終末のレポートとして活用する。

関連を示した図を使用して、単元の終末の時間に「レポート作成」として表、式、グラフの特徴やつながりをまとめるようにした。次の教科書の図では、表、式、グラフが矢印でつながっており、シンプルで見やすくなっている。



生徒が作った関連を示した図では、「なぜ、直線のグラフになるのか」「なぜ、右下がりなのか」など根拠となる部分を記入したり、「比例定数が負の数では、分数でも」と言った帰納的、演繹的な考えを使って関連を示した図にまとめたりすることができた。

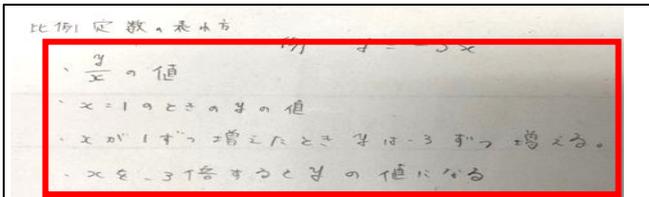
ウ 日常と関数をつなぐ振り返りシートの活用（終末時）

単位時間の終末に、振り返りシートを活用して、学びを振り返る活動を行っている。関数の単元では、そのシートの裏に下図のようなシートを印刷し、「表、式、グラフのよさ」「日常生活の中で関数と思える場面」「テクニック・考え方」をメモできるようにした。一時間ごとにポイントとなる考え方が出てきたり、表、式、グラフを関連させて考えたりしたときに、このシートにメモをできるようにした。授業の際、大事なポイントを強調して話すなどすると、子どもたちがメモをする姿があった。

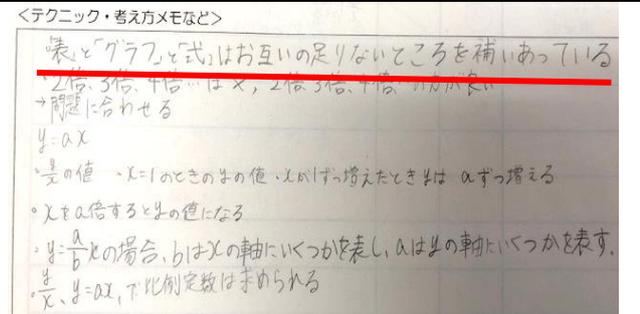
関数の学習 メモ

○「表」のよさ	○「式」のよさ
○「グラフのよさ」	○ 日常で「関数」と思える場面

＜テクニック・考え方もここに＞



(↑) 比例の学習において、「比例定数は y/x の値に等しい」「 x が1ずつ増えるときの y の値に等しい」など比例定数 a がどこに現れるかを整理して、まとめている。



(↑) 表、式、グラフの特徴を捉え、それぞれよさと弱さを理解し、表、式、グラフを使い分けることの大切さをまとめた。

各自のメモを基に、単元の終末にタブレットを用いてレポートを作成し、提出する課題を設けた。レポートには、「身のまわりで関数といえる事例を調べる」や「(例) お風呂のお湯が抜ける場面で、 x 分後の水位を y cm として、自宅の湯船のお湯が抜ける様子を調べる」などの活動を仕組み、日常生活における関数に関わる事象を調べ、関数に親しめる実践をした。

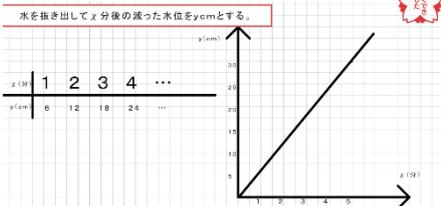
①身の回りで「～は…の関数である。」といえる例を見つけよう。 ②身の回りで「～は…の関数である。」といえる例を見つけよう。

- ・100円のアイスクリームを x 個買った代金 y 円
- ・1000gのケーキがあって x 人で分けたら一人にもらえる数 y 個
- ・1枚 x 円の紙を y 枚買った時の代金が900円
- ・1本 x 円の鉛筆を10本買った時の代金が y 円
- ・500m離れた学校へ、分速 x mの速さで進むときにかかる時間が y 分
- ・休んだ人 x 人の時の大皿のあまり y 個
- ・180ページの本を x ページ読んだ時の残りが y ページ

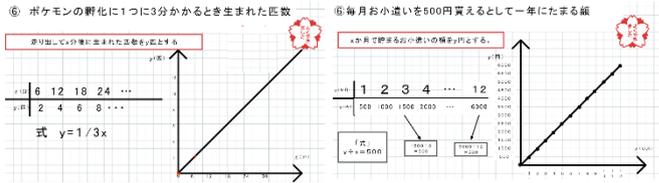
- ・ x 円の消費税 Y 円
- ・今日の X 時の気温 Y 度
- ・1個20円の飴を X 個買うときの値段 Y 円
- ・ある印刷機の印刷にかかった時間 X 分と印刷できた枚数 Y 枚
- ・財布に1000円入っているときに使った金額 X 円と残りの金額 Y 円

↑身のまわりで関数といえる事例のレポート

⑤ 家のお風呂の水は何分で空になるのか 表・式・グラフを使って考えよう。



↑お風呂の水は何分で空になるのか調べた表・グラフのレポート



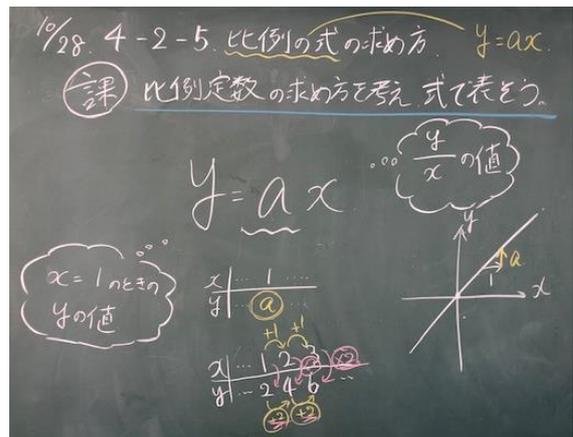
↑自由課題として、比例になる事例を1つ挙げ、自分で表、式、グラフにまとめたレポート

これらは、すべて学習アプリの「発表ノート」をもとにレポートの形式を配付し、提出をさせた。

(2) 深い学びにつながる対話的な学習方法の工夫

A 表、式、グラフのつながりを意識した発問の工夫

「比例の式の求め方」の学習において、「 $y = ax$ の比例定数 a はどんなところに現れた?」と発問し、これまでの「表」や「グラフ」、「 y/x の値」など学習を振り返り、下の写真のように、黒板にまとめることから始めた。



その後、式に代入する方法を確認し、練習問題を行うと、「代入する方法」以外にも「 y/x の値を出す方法」、「表の縦や横の変化から比例定数を求める方法」など様々な方法で考える生徒の姿があった。

このように、生徒に表、式、グラフのつながりを意識させることで、今までの学習で得た知識を相互に関連付けて関数をより深く理解したり、問題を見いだして解決策を考えたりと深い学びにつながるのではないかと考え、実践した。以下の一覧のように、表、式、グラフのつながりを意識した発問を作成し、授業で活用した。

実践3 「1年 比例と反比例」

つながりと発問内容	
表と式	
<ul style="list-style-type: none"> • $y = 3x$ の3という数字は表のどこに現れるか • 比例定数は表のどの部分に現れるか (対応の見方、変化の見方) • x の値が1のときの y の値は何を表しているか。 • x の値が1と2の間にある、例えば $x = 1.2$ のときの y の値をどのように求めるか。 • 原点って $x = 0$、$y = 0$ は本当か。式で確かめてみよう。 • $y = -2x$ は比例か。 x の値が2、3倍になったら、 y の値も2、3倍になっているか。 	
表とグラフ	
<ul style="list-style-type: none"> • $x \leq 0$ の範囲ではグラフはどのようになるだろうか。表をもとに考えよう。 • x の値が1増加すると、 y の値が2増加する (変化の見方)。これは、グラフではどこに現れるか。 • なぜグラフが右上がり/右下がりの直線になるのか、表をもとに説明してみよう。 	
式とグラフとのつながり	
<ul style="list-style-type: none"> • 比例定数をキーワードに比例のグラフの特徴をまとめよう。 • x 軸/y 軸に近いのはどちらのグラフか。 • $y = 2x$、$y = -2x$ のグラフの共通点、相違点を調べよう。 • どの点をもとに比例定数を求めたのか。 • 求めた式の比例定数の符号は正しいか、どのように判断するか。 	

式とグラフとのつながりを意識させたことで「どの点をもとに比例定数を求めたのか」という問いに対して、「読み取った (x 、 y) の座標の値を比例の式に代入して求めた」と生徒の発言があり、読み取れる値なら比例定数は求めることができると理解できた。さらに、グラフ上の読み取った値を見て表にまとめてから、比例定数を求める生徒もいた。グラフ→表→式の順に今までの知識を活用しながら問題を解決する姿があった。

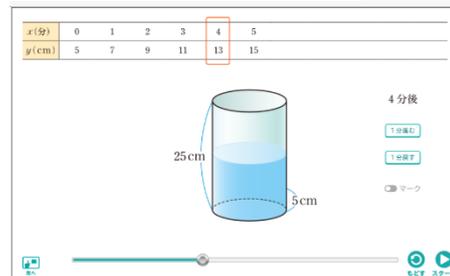
イ 小集団における ICT の効果的な活用

①シミュレーションソフトを活用し、変化のようすに見通しをもたせる。

関数の学習をする上で、「ともなうて変わる数量がどのように変化するのか」イメージをもつことが重要であると考え、導入の場面でデジタル教科書にある「シミュレ

ーション機能」を使うことにした。問題を理解するだけでなく、どの部分に注目して考えるとよいのか見通しをもつことができた。

実践4 「2年 1次関数」



水の変化の様子を「シミュレーション機能」を使って提示し、「このシミュレーションや表からどんなことが分かるか」と生徒に聞くと、次のような意見が出てきた。

- 0秒のときの容器に溜まっている水の高さは5cmとなっている。
- 1秒ごとに水の高さが2cmずつ上昇していく。

「シミュレーション機能」を使っているので生徒から出た意見をもとに、図を動かしてみたり、1年生の「量の変化と比例・反比例」の画面を表示させ比較させるなど既習内容と関連付けたりしながら授業を仕組むことができた。

②自分のタブレット画面を投影することで着目した値を明らかにしながら全体交流を行う。

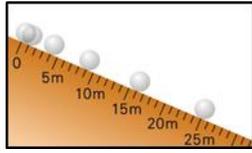
関数の学習を進めていく中で、表、式、グラフを使うよさを生徒自身が実感できるようにしたいと考えた。そのためには、表、式、グラフを関連付けて考える学習を位置付けることが重要である。

そこで、自分の考えをタブレット端末上でまとめるだけでなく、まとめた画面を投影しながら全体交流を行った。「表、式、グラフのどの部分に着目したか、他の表、式、グラフに関連付けて考えることで、課題解決に役立ったり、新たな見方を学んだりすることができた。」と実感できるような授業を仕組んだ。

実践5 「3年 関数 $y=ax^2$ 」

右の図はある斜面をボールが転がっていく様子を1秒ごとに示したものである。

この斜面の49mの位置にボールの動きを止める壁を設置した。このボールが壁にぶつかるのは、転がり始めてから何秒後だろう。



本時では、変域のある関数についての変化のようすを読み取る学習をする際に、「壁にぶつかるのは何秒後か」と問うことで、「7秒後」と答えが求められる。そこからさらに、なぜそうだと思ったのか理由をまとめるように促すと、生徒たちは表、式、グラフを使って、その答えになる理由をまとめることができた。

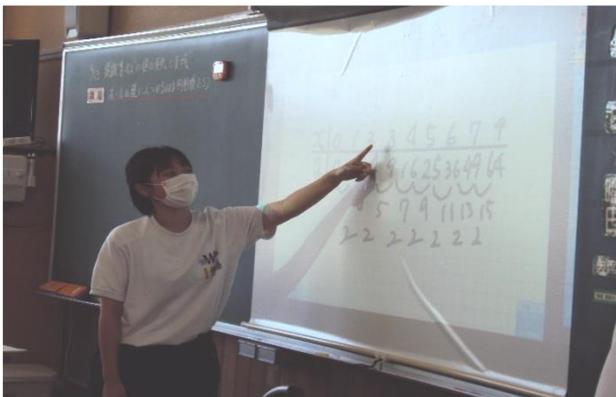
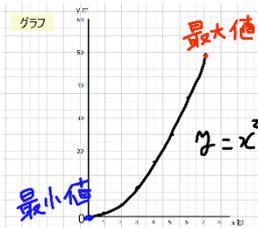
【 図→表の活用 】

ボールの移動の様子を表でまとめてみました。5秒後までは図からわかります。また、5秒以降は変化の様子を見ると「3、5、7、9」と増え方が2ずつ大きくなっていくことがわかります。だから、6秒のときは36m、7秒のときは49m移動したといえます。よって、壁にぶつかるのは7秒後だといえます。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	1	4	9	16	25	36	49	64
		3	5	7	9	11	13	15	
		2	2	2	2	2	2	2	

【 式→グラフの活用 】

式が $y=x^2$ だとわかったので、グラフは上に開く放物線になります。ただ、49mで壁があってそこで止まってしまうので、グラフも途中で止める必要があります。だから、右のようなグラフになりました。



4 研究のまとめ

(1) 生徒の主体的な学びを引き出す学習活動の工夫

- 導入時の問題提示で誰もが視覚的に捉えることができ、正しく問題を理解した上で課題追究に向かうことができた。一人一人が課題に対して自分の考えをもつことにつながった。
 - 関連を示した図を活用することで、生徒自身が表、式、グラフの着目する部分について整理し、それぞれの特徴の理解を深めたり、つながりを意識したりする姿が見られた。
 - 振り返りシートやレポートに日常生活と関わらせる実践を取り入れたため、生徒のレポートから分かるように日常生活の中に潜む関数の事例を見つけることができた。また、与えられた課題だけでなく、自ら比例である場面を見だし、主体的にその変化の様子を調べ、まとめることができた。
- <アンケート結果>
 Q:「日常でこれは関数だと思った場面がある」⇒「はい」と答えた割合(全85名)
 事前 24.7% ⇒ 事後 47.0%

- 日常生活と関数をつなぐ問題提示は、まだ教材研究の余地があることを感じる。生徒の学習意欲を高めるのに効果的な教材、数学的活動を提示できるよう努めていきたい。
- 1人1枚の関連を示した図を活用していたが、生徒にとっては情報量が多いと感じた。生徒にとって簡潔、明瞭である図を今後考えていきたい。
- 「～は…の関数である」という表現ができない。日常生活の中で「～は…の関数である」という場面を見つける際に、「ケーキを等分するとき」「タクシー代金」など目の付け所は合っているが、「例：ケーキの1人分の量は分ける人数に反比例する。→ケーキの1人分の量は分ける人数の関数である」「例：タクシー代金は乗った距離に比例する→タクシー代金は乗った距離の関数である」のように正確に説明ができていない。

(2) 深い学びにつながる対話的な学習方法の工夫

- 表、式、グラフのつながりを意識させた発問を継続して実施することで、「式の比例定数は、グラフでいうと、この部分に現れる」「グラフのこの部分は、表のこの部分と同じだ」など生徒の説明の言葉の中に表、式、グラフという言葉が2つ以上含まれながら発言する生徒が増えた。
- ICT機器を用いることで、生徒にとって分かりやすい形で提示することができた。また、時間が短縮できたことで、これまでの授業では取り扱うことができなかった内容や新しい実践を行う時間を確保することができた。
- 表、式、グラフのそれぞれの特徴をおさえしている生徒にとっては、つながりを意識して考えることができるが、特徴をおさえられていない生徒には、厳しい発問になっていると感じた。
- ICTを使う割合が多くなると、ノートに生徒が考えをまとめる時間が少なくなってしまう傾向にある。生徒が思考したことをノートにまとめたり、交流の場を確実に位置付けたりすることが必要である。